УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Кафедра математики

Утверждаю
зав. кафедрой
Л.Р. Пантелеева
_____
Протокол заседания
кафедры № 9
от 06.04.2026

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины	Основы теории вероятностей и математической статистики
Направления подготовки	44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»
Профили подготовки	Психология и социальная педагогика
Год набора	2023, 2024, 2025, 2026

Составитель:

к.т.н., доц. Л.Р. Пантелеева

Казань

Содержание

1. Цели и задачи учебной дисциплины 3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП 4
3. Требования к результатам освоения дисциплины 5
4. Структура и содержание дисциплины 6
4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций 6
4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам) 9
4.3. Планы практических и семинарских занятий 10
5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов 21
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 23
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины 24
8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине 25
Приложение 1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 28
Приложение 2. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине 30

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины является формирование у студента по направлению 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование» комплекса знаний, умений и навыков (компетенций), которые позволят ему применять основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики для проведения эмпирических исследований в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины – обучить студента современным математическим методам и приемам обработки социальной информации.

После освоения данной дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики для сбора, анализа и систематизации информации при решении поставленных задач.

Уметь: применять системный подход и методы теории вероятностей и математической статистики для оценки, анализа и решения поставленных задач.

Владеть: статистическими методами при анализе, классификации и интерпретации данных, необходимых для обработки социальной информации.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Данная дисциплина относится к обязательной части блока 1 учебного плана.

До начала изучения дисциплины «Основы теории вероятностей и математической статистики» у студента должны быть сформированы знания, умения и навыки, полученные в результате изучения школьного курса Алгебры и начала анализа, геометрии и элементы логики в соответствии со стандартами среднего образования, и компоненты компетенций, полученных в результате изучения дисциплин «Цифровые технологии и основы искусственного интеллекта», «Практикум по цифровым технологиям»

Дисциплина находится во взаимосвязи с дисциплинами согласно схеме:

Обеспечивающие учебные дисциплины

школьный курс Алгебры и начала анализа, Геометрия
Цифровые технологии и основы искусственного интеллекта
Практикум по цифровым технологиям

↓

Основы теории вероятностей и математической статистики

↓

Обеспечиваемые учебные дисциплины

является базовой для всех последующих дисциплин, использующих математические расчеты, методы и модели

3. Требования к результатам освоения дисциплин

Дисциплина «Основы теории вероятностей и математической статистики» участвует в формировании следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению «Психолого-педагогическое образование»:

УК-1 «СПОСОБЕН ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОИСК, КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ИНФОРМАЦИИ, ПРИМЕНЯТЬ СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ»

После освоения дисциплины студент должен получить следующие образовательные результаты, соотнесённые с индикаторами достижения компетенции:

Декомпозиция компетенций

Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
Компетенция УК-1	
УК - 1.1. Осуществляет поиск необходимой информации, производит её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи.	УК-1.1. З.3 Знает основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики для сбора, анализа и систематизации информации при решении поставленных задач. УК-1.1 У.3 Умеет применять системный подход и методы теории вероятностей и математической статистики для оценки, анализа и решения поставленных задач УК-1.1 В.3 Владеет статистическими методами при анализе, классификации и интерпретации данных, необходимых для обработки социальной информации

4. Структура и содержание дисциплины.
4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа).

Очная форма обучения

Модульная разбивка учебной дисциплины					
Дисциплина: «Основы теории вероятностей и математической статистики»					
Наименование модулей	Количество ауд. часов		Самост. работа очн/ заочн	Всего часов	Индикаторы компетенции
	Лекц. очн/ заочн	Прак. очн/ заочн			
Модуль 1					
Тема 1: Случайный эксперимент, события *	1/-	2/-	1/4	4	УК-1.1(З-3,У-3,В-3)
Тема 2: Классическое определение вероятности. Условная вероятность и независимость *	2/1	4/1	2/6	8	
Тема 3: Формула полной вероятности и Байеса *	1/-	2/1	2/4	5	
Модуль 2					
Тема 4: Независимые испытания. Формула Бернулли. *	1/-	4/1	2/6	7	УК-1.1(З-3,У-3,В-3)
Тема 5: Случайные величины. Дискретные случайные величины**. ***	2/1	4/1	2/6	8	
Тема 6: Непрерывные случайные величины**.** Нормальный закон распределения.	2/1	4/-	2/7	8	
Модуль 3					
Тема 7: Предельные теоремы. *	1/-	2/-	2/5	5	УК-1.1(З-3,У-3,В-3)
Тема 8: Основы математической статистики, используемые в эмпирических исследованиях. Вычисление выборочных характеристик, точечных оценок, границ доверительных интервалов в MS Excel	3/1	4/1	2/7	9	
Тема 9: Статическая проверка статистических гипотез. Проверка статистических гипотез в MS Excel *	2/-	4/1	2/7	8	
Итого	15/4	30/6	17/52	62	
Подготовка к зачету			10/10	10	
ВСЕГО	15/4	30/6	27/62	72	

* Данная тема изучается с помощью интерактивных методов обучения.

Пояснительная записка
с этапами формирования компетенций

Данный курс разбит на три логически завершенных и взаимосвязанных между собой модулей, которые охватывают весь материал дисциплины, обеспечивают приобретение образовательных результатов в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами. Порядок освоения модулей выстраивает траекторию и этапы формирования заявленных компетенций (или их составляющих).

Каждый модуль содержит определенный раздел учебного материала и представляет собой законченный блок информации. По каждой теме в соответствии с учебным планом проводятся лекции и практические занятия. Предусмотрена индивидуальная самостоятельная работа, состоящая из подготовки к разделам, выделенным для самостоятельного изучения, подготовки к практическим занятиям по соответствующим темам с использованием лекционного материала, учебных пособий, рабочих программ дисциплин, Internet-ресурсов, а также рекомендованной дополнительной литературы.

Модуль 1 «Случайные события» включает в себя 3 учебные темы.

В результате прохождения первого модуля студент получает изложение аксиоматики теории вероятностей и должен:

- знать основные понятия и методы теории вероятностей, формулы полной вероятности и Байеса, формулу Бернулли;

- уметь вычислять вероятности случайных событий, правильно описывать событие и гипотезы при использовании формулы полной вероятности.

По результатам освоения модуля проводится устный и тестовый опрос.

Модуль 2 «Случайные величины» включает в себя 3 темы.

В результате прохождения второго модуля студент получает знания о случайных величинах и случайных системах и должен:

- знать законы распределения случайных величин;

- уметь составлять и исследовать функции распределения случайных величин, определять числовые характеристики случайных величин.

По результатам освоения модуля проводится устный и тестовый опрос.

Модуль 3 «Математическая статистика» включает в себя 3 темы

В результате прохождения третьего модуля студент получает знания о предельных теоремах теории вероятностей и основах математической статистики и должен:

- знать принципы использования средств и методов математической статистики;

- уметь обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез;

- умеет проводить решение задач математической статистики;

- владеть навыками обработки экспериментальных данных методами математической статистики.

Уровень освоения полученных знаний, умений и навыков проверяется устным и тестовым опросом, решением практических задач.

4.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)

Модуль 1: «Случайные события»

Тема 1

Случайный эксперимент, события

Тема 2

Классическое определение вероятности. Условная вероятность и независимость

Тема 3

Формула полной вероятности и Байеса

Модуль 2: «Случайные величины»

Тема 1

Независимые испытания. Формула Бернулли.

Тема 2

Случайные величины. Дискретные случайные величины.

Тема 3

Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения.

Модуль 3: «Математическая статистика»

Тема 1

Предельные теоремы.

Тема 2

Основы математической статистики, используемые в эмпирических исследованиях. Вычисление выборочных характеристик, точечных оценок, границ доверительных интервалов

Тема 3

Статическая проверка статистических гипотез.

4.3. Планы практических и семинарских занятий

Модуль 1: «Случайные события»

Тема 1: Случайный эксперимент, события.

Вопросы для обсуждения

1. Определение пространства элементарных исходов.
2. Определение события.
3. Определение случайного, достоверного и невозможного события.
4. Определение объединения, пересечения, разности событий.
5. Понятие эквивалентных событий.
6. Понятие противоположного события.
7. Понятие несовместных событий.

Задача 1

Преподаватель проводит занятие с группой из трех студентов. Событие А – первый студент потребует внимание преподавателя в течение часа, В – второй студент потребует внимание преподавателя в течение часа, С – третий

студент потребует внимание преподавателя в течение часа. Что означают события: а) ABC; б) A+B+C; в) $\bar{B}\ \bar{C}\ \bar{A}+\ \bar{A}B\ \bar{C}+\bar{A}\bar{B}\ C$; г) $AB\bar{C}\ +A\bar{B}\ C+\bar{A}BC$; д) $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$; е)A+B+C–ABC?

Задача 2

Доказать тождества:

а) $(\bar{A} + BC)(\bar{B} + AC)(\bar{C} + AB) = ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$.

б) (A – B)+(A – C) = A – BC.

Задача 3

Установить, какие из следующих соотношений правильны:

а) (A + B)\C = A + (B\C);

б) $\overline{(A + B)}C = \overline{AB}C$;

в) $\overline{A + B + C} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$;

г) $\overline{(A + B)}C = C \setminus C(A + B)$;

д) ABC = AB(B + C);

г) $\overline{(A + B)}C = \bar{A}C + \bar{B}C$;

ж) $A\bar{B}C \subset A + B$

з) $(AB + BC + CA) \subset (A + B + C)$.

Тема 2: Классическое определение вероятности. Условная вероятность и независимость.

Вопросы для обсуждения

1. Определение вероятностного пространства.
2. Определение вероятности. Аксиомы вероятности.
3. Свойства вероятности.
4. Определение классического вероятностного пространства.
5. Классическое определение вероятности.
6. Что такое выборка с возвращением?
7. Что такое выборка без возвращения (размещение)?
8. Определение перестановки из n элементов.
9. Определение сочетания из n элементов по k.
10. Определение условной вероятности события A при условии B, т.е. **P**(A|B).
11. Теорема умножения (формула умножения).

12. Формула умножения для конечного числа событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.
13. Определение независимости событий A и B.
14. Определение независимости в совокупности событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.
15. Определение попарной независимости событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

Задача 1

В лифт 9-этажного дома на первом этаже вошли 5 человек. Известно, что каждый из них с равной вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Найти вероятность того, что:

а) все пятеро выйдут на пятом этаже;

б) все пятеро выйдут одновременно (на одном и том же этаже);

в) все пятеро выйдут на разных этажах;

г) на первых трех этажах не выйдет ни один человек;

д) все пассажиры выйдут на первых шести этажах;

е) на одном этаже выйдут три пассажира, а на другом – два?

Задача 2

В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников соревнований имеется 5 команд экстракласса. Найти вероятности следующих событий: A={все команды экстракласса попадут в одну и ту же группу}; B={две команды экстракласса войдут в одну из групп, а три – в другую}.

Задача 3

Из колоды карт (36 листов) последовательно вынуты две карты. Найти:

а) безусловную вероятность того, что вторая карта будет тузом (неизвестно какая карта была вынута вначале);

б) Условную вероятность того, что вторая карта будет тузом, если первоначально был вынут туз.

Задача 4

Среди 25 экзаменационных билетов 5 «хороших» и 10 «плохих». Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что:

а) первый студент взял «хороший» билет,

б) второй студент взял «плохой» билет,

в) оба студента взяли «хорошие» билеты.

Тема 3: Формула полной вероятности и Байеса

Вопросы для обсуждения

1. Какие события называются гипотезами.
2. Каким условиям удовлетворяет последовательность гипотез $\{H_k\}$.
3. Что такое полная группа событий.
4. Формула полной вероятности.
5. Формула Байеса.
6. Какие вероятности называют априорными.
7. Какие вероятности называют апостериорными.

Задача 1

При некоторых условиях стрельбы стрелок А поражает мишень с вероятностью $p_1 = \frac{3}{5}$, стрелок В – с вероятностью $p_2 = \frac{1}{2}$, третий С – с вероятностью $p_3 = \frac{2}{5}$. Стрелки дали залп по мишени и две пули попали в цель. Что вероятнее: попал С в мишень или нет?

Задача 2

А говорит правду в 3-х случаях из 4-х, а В – в 4-х случаях из 5. Из урны, в которой 9 разноцветных шаров, в том числе один белый, вынули один шар. А и В посмотрели на него и оба сказали, что шар – белый. Найти вероятность того, что они сказали правду.

Задача 3

В первой урне находится 1 белый и 9 черных шаров, во второй – 1 черный и 5 белых. Из каждой урны удалили по одному шару, выбранному наугад, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну.

а) Найти вероятность того, что шар, вынутый наугад из третьей урны окажется белым.

б) Если шар, вынутый из третьей урны, оказался белым, то какова вероятность того, что из первых двух урн были удалены черные шары.

Модуль 2: «Случайные величины»

Тема 1: Независимые испытания. Формула Бернулли

Вопросы для обсуждения

1. Что такое испытания?
2. Какие исходы возможны в каждом испытании.
3. Формулы Бернулли.
4. Известно, что $P(\nu_{n=k}) = C_n^k p^k q^{n-k}, k = \overline{0,n}$. Что такое p и q в этой формуле.
5. Как определяется наиболее вероятное число «Успехов».
6. Вероятности распределения Пуассона.

Задача 1

Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна $\frac{4}{5}$.

Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы наивероятнейшее число попаданий было равно 20?

Задача 2

Среди семян пшеницы 0,6% сорняков. Какова вероятность при случайном отборе 1000 семян обнаружить не менее 3 семян сорняков; не более 16 семян сорняков; ровно 6 семян сорняков?

Задача 3

Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из восьми случайно взятых в этом месяце дней три дня окажутся дождливыми?

Задача 4

Испытание заключается в бросании трех игральных костей. Найти вероятность того, что в пяти независимых испытаниях ровно два раза выпадет по три единице.

Тема 2: Случайные величины. Дискретные случайные величины

Вопросы для обсуждения

1. Определение случайной величины.
2. Что такое закон распределения случайной величины.
3. Определение дискретной случайной величины.
4. Что такое ряд распределения дискретной случайной величины.
5. Определение функции распределения случайной величины.
6. Свойства функции распределения случайной величины.
7. Математическое ожидание дискретной случайной величины и ее свойства.
8. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
9. Среднее квадратическое отклонение случайной величины.
10. Математическое ожидание биномиального распределения.

Задача 1

Партия, насчитывающая 50 изделий, содержит шесть бракованных. Из всей партии случайным образом выбрано пять изделий. Требуется построить ряд и функцию распределения случайной величины X – числа бракованных изделий. Найти M(X), D(X) и $P(1 \le X < 3)$.

Задача 2

Два стрелка стреляют по одной мишени, делая, независимо друг от друга, по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Построить ряд распределения случайной величины X – общего числа попаданий и найти ее характеристики M(X) и D(X).

Задача 3

Из урны, содержащей три белых и пять черных шаров, наугад извлекают три шара. Пусть X – число вынутых черных шаров. Построить ряд распределения случайной величины X и найти ее математическое ожидание.

Тема 3: Непрерывные случайные величины. Нормальный закон распределения

Вопросы для обсуждения

1. Определение абсолютно непрерывного распределения случайной величины X.
2. Определение плотности распределения случайной величины X.
3. Свойства функции плотности.
4. Какой вид имеет функция плотности для равномерно распределенной на отрезке [a,b] случайной величины X.
5. Математическое ожидание непрерывной случайной величины X.
6. Как записать математическое ожидание M(Y), где Y=f(X) – функция случайного аргумента X.
7. Дисперсия непрерывной случайной величины X.
8. Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины X.
9. Определение нормально распределенной случайной величины X.
10. Чему равна $P(\alpha<X<\beta)$, где X–непрерывная случайная величина распределенная по нормальному закону.
11. Функция Лапласа $\Phi(x)$.
12. Свойства функции Лапласа.
13. Чему равна $P(|X-m|<\delta)$, где $m=M(X)$.

Задача 1

Функция распределения непрерывной случайной величины задана выражением

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0,\\ ax^2 & \text{при } 0<x\le 2,\\ 1 & \text{при } x>2.\end{cases}$$

Найти коэффициент a и плотность вероятности случайной величины X. Определить вероятность неравенства 0<X<1.

Задача 2

Плотность вероятности случайной величины X задана следующим образом:

$$f(x)=\begin{cases}a\cos^2 x & \text{при } |x|\le \pi/2\\ 0 & \text{при } |x|>\pi/2\end{cases}.$$

Найти постоянную величину a и вероятность того, что в двух независимых испытаниях случайная величина примет значения больше $\frac{\pi}{4}$.

Задача 3

Плотность вероятности f(x) случайной величины X определяется формулой (распределение Лапласа) $f(x)=ae^{-|x|}$. Определить: а) коэффициент a, б) математическое ожидание M(X) и дисперсию D(X).

Задача 4

Бомбардировщик, пролетевший вдоль моста, длина которого 30м и ширина 8м, сбросил бомбы. Случайные величины X и Y (расстояния от вертикальной и горизонтальной осей симметрии моста до места падения бомбы) независимы и распределены нормально со средними квадратическими отклонениями, соответственно равными 6 и 4м, и математическими ожиданиями, равными нулю. Найти:

а) вероятность попадания в мост одной сброшенной бомбы,

б) вероятность разрушения моста, если сброшены две бомбы, причем известно, что для разрушения моста достаточно одного попадания.

Задача 5

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X равны соответственно 20 и 5. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале (15,25).

Модуль 3: «Математическая статистика»

Тема 1: Предельные теоремы

Вопросы для обсуждения

1. Неравенство Чебышева.
2. Теорема Чебышева.
3. Теорема Бернулли.
4. Теорема Ляпунова.
5. Теорема Муавра- Лапласа.

Задача 1

Дано: $P(|X-M(X)|<\epsilon) \geq 0,9$ и $D(X)=0,009$. Используя неравенство Чебышева, оценить ϵ снизу.

Задача 2

Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

X	0,3	0,6
P	0,2	0,8

Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что $|X-M(X)|<0,2$.

Задача 3

Монету бросают 500 раз. Найти вероятность того, что герб появится: а) от 220 до 280; б) от 200 до 260.

Тема 2: Основы математической статистики, используемые в эмпирических исследованиях. Вычисление выборочных характеристик, точечных оценок, границ доверительных интервалов

Вопросы для обсуждения

1. Определение вариационного ряда.
2. Определение эмпирической функции выборки. Свойства эмпирической функции выборки.
3. Определение полигона частот.
4. Что называют гистограммой частот?
5. Чему равна площадь гистограммы?

Задача 1

Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	2	5	7	8
n_i	1	3	2	4

Задача 2

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=60:

x_i	1	3	6	26
n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Задача 3

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного матожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны среднее квадратическое отклонение σ=4, выборочная средняя $x_в$=10,2 и объем выборки n=16.

Задача 4

По выборке (объемом n = 55):

19 20.3 15.4 17.2 19.2 23.3 18.1 21.9 15.3 16.8 13.2 20.4 16.5 19.7

20.5 14.3 20.1 16.8 14.7 20.8 19.5 15.3 19.3 17.8 16.2 15.7 22.8 21.9

12.5 10.1 21.1 18.3 14.7 14.5 18.1 18.4 13.9 19.8 18.5 20.2 23.8 16.7

20.4 19.5 17.2 19.6 17.8 21.3 17.5 19.4 17.8 13.5 17.8 11.8 18.6 19.1

Необходимо построить статистическое распределение выборки и найти среднюю выборочную.

Тема 3*:* Статистическая проверка статистических гипотез

Вопросы для обсуждения

1. Что называется статистической гипотезой?
2. Определение нулевой и конкурирующей гипотезы.
3. Что такое ошибки первого и второго рода.
4. Что такое критическая область и область допустимых значений?
5. В чем заключается основной принцип проверки статистических гипотез?
6. Какая гипотеза проверяется с помощью критерия Пирсона?

Задача 1

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема n=200:

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

Задача 2

По выборке объема n = 9 найдено среднее значение xв = 1.5 . Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с σ = 2 , определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью γ = 0.95.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов регламентируется Положением об организации самостоятельной работы студентов.

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Советы по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы и др., а также контроль за деятельностью студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план семинарского занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на семинар материалу.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;

- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);

- изучить решения типовых задач;

- решить заданные домашние задания;

- составление программ прикладных задач численного анализа;

- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому семинарскому занятию. Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на семинар или на индивидуальные консультации.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы. На семинарских занятиях приветствуется способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективное решение поставленных проблем.

Контроль над ходом и результатами самостоятельной работы студентов может осуществляться в сплошной, индивидуальной, выборочной формах.

В процессе самостоятельного изучения студент обязан проработать перечисленные ниже темы, для углубления теоретических знаний и практических навыков, на основании методических рекомендаций по самостоятельной работе.

Темы для самостоятельного изучения

1. Формулы комбинаторики.
2. Системы случайных величин.
3. Функции случайных величин.
4. Основы теории случайных процессов.

5. Интервальные оценки неизвестных параметров
6. Испытание гипотез.
7. Понятие о факторном анализе и его применении в эмпирических исследованиях.
8. История создания и применения математических методов для проведения эмпирических исследований по молодежной тематике.
9. Вычисление границ доверительных интервалов.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/587171

2. Энатская, Н. Ю. Теория вероятностей : учебник для вузов / Н. Ю. Энатская. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01338-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583924

Дополнительная литература

1. Толстова, Ю. Н. Математическая статистика для социологов : учебник и практикум для вузов / Ю. Н. Толстова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 196 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20860-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583159

2. Семенов, В. А. Математические методы в гуманитарных исследованиях : учебник для вузов / В. А. Семенов, В. А. Макаридина. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20644-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/586317

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы и интернет-ресурсы

1. Электронно-библиотечная система «IPRbooks» (http://www.iprbookshop. Ru)

2. Образовательная платформа «Юрайт» (https://urait.ru)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Основными видами учебных занятий являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Технология обучения носит преимущественно традиционный характер с элементами компьютеризации в основном для презентаций лекционного материала и тестирования студентов.

В процессе изучение дисциплины используется учебная аудитория, кабинет для самостоятельной работы студентов, читальный зал, видеопроекционное оборудование, компьютер, оснащенный типовым пакетом системного и офисного ПО (Операционная система Microsoft Windows 7 Pro, Microsoft Office 2013. Программное обеспечение, входящее в типовой установочный пакет, получает обновление в автоматическом, установленном разработчиком (компанией Microsoft) порядке, посредством сети Интернет. Подтверждающие документы: Microsoft Open License №40962726 от 16.08.2006г., №44971865 от 24.12.2008г., №46256422 от 11.12.2009г., №61280992 от 13.12.2012г.; Акт приема-передачи неисключительного ограниченного права на лицензионное ПО № ПРСЧ-12-04326 от 18.12.2013г., №558 от 18.12.2014г., №ПРСЧ-15-01353 от 10.11.2015г., №272 от 15.04.2016г., бухгалтерские документы, подтверждающие факт приобретения лицензионного ПО), в соответствии с Реестром материально-технического обеспечения аудиторного фонда Университета управления «ТИСБИ».

8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине

Для оценки результатов обучения рекомендуется использовать модульно-рейтинговую систему оценивания знаний, умений и навыков студентов по окончанию изучения каждого Модуля в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации образовательного процесса. Итоговая оценка (в баллах) складывается из баллов, набранных по каждому Модулю (семестровая оценка) и баллов, набранных, непосредственно на экзамене (зачете).

Расчет набранных баллов по дисциплине осуществляется в следующей последовательности:

$C = \frac{M_1 + M_2 + ...M_n}{n} \times 0{,}6$, где М – количество баллов по модулю; n – количество модулей

$З = K \times 0{,}4$, где К - количество баллов на экзамене (зачете);

$И = C + З + П$, где П – поощрительные баллы (от 1 до 5).

Уровень сформированности компетенции и ее основные признаки оцениваются по следующей таблице:

Оценка сформированности компетенции УК-1 «способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач»

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Основные признаки уровня	Инструменты оценки сформированности уровня
1	2	3	4
1	**Пороговый уровень (как минимально допустимый)** (обязательный для всех студентов-выпускников вуза по завершении освоения ОПОП ВО) (от 60 до 70 баллов)	-знает аксиоматику теории вероятностей; - знает основные понятия математической статистики (средние величины, показатели отклонения от средней величины, статистические гипотезы).	Выступление на семинаре Тестирование Зачет
2	**Базовый уровень (относительно порогового уровня)** **(**От 71 до 85 баллов**)**	-знает аксиоматику теории вероятностей; - знает основные понятия математической статистики (средние величины, показатели отклонения от средней величины, статистические гипотезы); - умеет производить первичную статистическую обработку эмпирических данных; определять область применения статистических процедур, методов и критериев в том числе с использованием MS Excel	Выступление на семинаре Тестирование Зачет

3	**Повышенный уровень (относительно порогового уровня)** (От 86 до 100 баллов)	-знает аксиоматику теории вероятностей; основные понятия математической статистики (средние величины, показатели отклонения от средней величины, статистические гипотезы); - умеет производить первичную статистическую обработку эмпирических данных; определять область применения статистических процедур, методов и критериев в том числе с использованием MS Excel; - владеет методами математической, статистической обработки данных при проведении эмпирических исследований по молодежной тематике владеет навыками анализа данных в MS Excel	Выступление на семинаре Тестирование Зачет

Приложение 1

Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам на первом занятии необходимо ознакомиться с Рабочей программой дисциплины, где прописаны цели, задачи и трудоемкость дисциплины. Перед началом изучения дисциплины необходимо повторить учебный материал обеспечивающих учебных дисциплин предшествующих курсов, которые дают основу для изучения дисциплины «Основы теории вероятностей и математической статистики».

Затем необходимо ознакомиться с порядком изучения дисциплины, т.е. модульно-тематическим планом и пояснительной запиской с указанием этапов формирования заявленных компетенций.

И, наконец, ознакомиться с порядком оценивания результатов обучения, для чего необходимо изучить следующие документы: Положение о модульно-рейтинговой системе оценивания и Принципы оценки уровня знаний, умений и навыков (характеристика ответа).

Студент должен внимательно изучить перечень основной (дополнительной) литературы и взять необходимые учебники в библиотеке.

При сдаче модулей упор делается на умение составлять программы по заданным алгоритмам при решении практических задач.

При подготовке к семинарскому занятию необходимо уточнить план проведения занятий, подготовить необходимую документацию. Практические занятия проводятся после лекционного изучения темы. Решение задач, приведенных в программе учебной дисциплины обязательно.

При изучении данного курса преподавателем используются интерактивные методы обучения, что помогает эффективнее сформировать заявленные компетенции. При проведении занятий с помощью интерактивных технологий группа разбивается на команды. Каждой команде даются проблемно-ориентированные задания, содержащие профессиональный контекст. Информацию, необходимую для выполнения задания, участники группы получают из книг, лекционного материала и из Интернета. Занятие

проводится в постоянном сравнении расчетов и выступлении участников команд.

Интерактивные формы обучения обеспечивают высокую мотивацию, прочность знаний, творчество, коммуникабельность, командный дух, ценность индивидуальности, свободу самовыражения, акцент на деятельность, взаимоуважение и демократичность.

Приложение 2

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Кафедра математики

Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации
по дисциплине
«Основы теории вероятностей и математической статистики»

Наименование дисциплины	Основы теории вероятностей и математической статистики
Направления подготовки	44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»
Профили подготовки	Психология и социальная педагогика

Казань

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля
   2.1 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля.
      2.1.1 Выступление на семинаре
      2.1.2 Тестирование

   2.2 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля.
      2.2.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний и умений (вопросы к зачету)
      2.2.2 Фонд оценочных средств для проверки сформированности навыков (задачи к зачету)

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Формы контроля / **Формируемые компетенции и их индикаторы**	**УК-1**
	УК-1.1
Формы текущего контроля	
выступление на семинаре	З.3, У.3
тестирование	З.3, У.3, В.3
Формы промежуточного контроля	
зачет	3.3, У.3, В.3

З- знания, У- умения, В - владения

2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля.

2.1Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля

2.2

2.1.1. Выступление на семинаре

Выступление на семинаре по теме является формой контроля для оценки уровня освоения компетенций, применяемой на семинарских занятиях. Выступление на семинаре может проводиться с использованием форм устного опроса, обсуждения докладов, эссе, выполненных индивидуальных заданий и проблемных вопросов. Выступление на семинаре, таким образом, включает обязательную для всех студентов оценку текущего контроля знаний в виде устного опроса, а также выступление студентов по проблемным вопросам изучаемой темы.

Примерные вопросы к семинарским занятиям

1. Определение абсолютно непрерывного распределения случайной величины X.
2. Определение плотности распределения случайной величины X.

3. Свойства функции плотности.
4. Какой вид имеет функция плотности для равномерно распределенной на отрезке [a,b] случайной величины X.
5. Математическое ожидание непрерывной случайной величины X.
6. Дисперсия непрерывной случайной величины X.
7. Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины X.
8. Чему равна $P(\alpha<X<\beta)$, где X–непрерывная случайная величина распределенная по нормальному закону.
9. Функция Лапласа $\Phi(x)$ и ее свойства.
10. Построение гистограмм относительных частот.
11. Вычисление выборочной дисперсии.
12. Вычисление исправленной дисперсии.

Критерии оценивания выступления на семинаре

Результат	Балл
Демонстрирует полное понимание поставленного вопроса, логично и последовательно отвечает на вопрос. Дает развернутый ответ с практическими примерами	100-90
Дает полный и логически правильный ответ на вопрос, но сформулировать примеры по рассматриваемому вопросу не может	80-89
Демонстрирует частичное понимание сути вопроса, способен охарактеризовать суть рассматриваемого явления.	70-79
Способен сформулировать определения терминов, привести классификацию, перечислить формы, методы и т.п., но не может дать их характеристику	60-69
Демонстрирует непонимание вопроса, отвечает с наличием грубых ошибок в ответе либо не отвечает на вопросы	Менее 60

2.1.2. Тестирование

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Примеры тестовых вопросов

1. Рассматриваются события:

A – выпадение четного числа очков,

B – выпадение числа очков, не большего 4.

Найти среди ответов нужное для описания события $\overline{B} - \overline{A}$.

a) выпадение нечетного числа очков,

b) выпадение 6 очков,

c) выпадение четного числа очков.

2. Группа, состоящая из 8 человек, занимают места за круглым столом в случайном порядке. Какова вероятность того, что при этом два определенных лица окажутся рядом?

Ответы:

a) $\frac{2 \cdot 8 \cdot 6!}{8!}$;

b) $\frac{8 \cdot 6!}{8!}$;

c) $\frac{2 \cdot 6!}{8!}$.

3. Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит два выстрела. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Мишень не поражена (событие A). Учитывая, что выдвинута гипотеза: H1 – на линию огня вызван первый стрелок, найти условную вероятность $P(A \mid H1)$.

a) 0,3; b) 0,09;

c) 0,21; d) 0,49.

4. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти наудачу взятых изделий нет ни одного испорченного.

Ответы:

a) 0,77;

b) 0,21;

c) 0,2.

5. Из приведенных определений функции распределения F(x) случайной величины X выбрать верные:

a) F(x) – сумма значений случайной величины, меньших x;

b) F(x) – вероятность того, что случайная величина X принимает значение x;

c) F(x) – вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее x;

d) F(x) – вероятность того, что случайная величина X принимает значение, большее или равное x.

6. Найти дисперсию случайной величины X, которая задана законом распределения

X	2	3	5
p	0,1	0,6	0,3

Ответы: a) 1,05; b) 2,31; c) 1,45

7. Среди формул, определяющих моменты, найти те, что определяют дисперсию непрерывной случайной величины:

$$\text{a)} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx, \quad \text{b)} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx;$$

$$\text{c)} \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(x)]^2 f(x)dx; \text{ d) } M(X^2) - [M(X)]^2.$$

8. Среди предложенных ниже, выбрать верную запись функции плотности нормально распределенной случайной величины X (математическое ожидание m=3 и среднее квадратическое отклонение σ=2).

a) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)}{8}}$;

b) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{4}}$;

c) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$.

9. Теорема Чебышева дает возможность считать почти достоверным, что среднее арифметическое большого числа попарно независимых случайных величин с одним математическим ожиданием M(X) мало отклоняется от M(X):

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k - M(X)\right| < \varepsilon\right)=1.$$

Какое дополнительное ограничение достаточно наложить на X_k, чтобы теорема имела место? Выбрать ограничение из следующих:

a) $M|X_k|<\infty$; b) $M(X_k^2)<\infty$;

c) $D(X_k)<\infty$; d) $D(X_k)\le c$, $\forall k$ c–const.

10. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью $\nu=0{,}925$ точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta=0{,}2$, если известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности $\sigma=1{,}5$.

a). 177; b) 179, c. 178.

11. Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	2	4	8
n_i	5	3	2

Среди указанных ниже, найти верное распределение относительных частот ω_i.

a) b)

x_i	2	4	8
ω_i	0,2	0,4	0,8

x_i	2	4	8
ω_i	0,5	0,3	0,2

c)

x_i	2	4	8
ω_i	0,7	0,7	1

12. Дана выборка 3,8,6,4,6,1,5,4,9,4. Найти значение эмпирической функции распределения F*(10).

a) 0,5; b) 0; c) 1, d) 0,6.

13. Для данного распределения выборки:

x_i	4	7	8
n_i	5	2	3

Найти правильное представление эмпирической функции F*(x).

a) $F^*(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 4\\ 0{,}5 & \text{при } 4<x\le 7\\ 0{,}2 & \text{при } 7<x\le 8\\ 0{,}3 & \text{при } x>8\end{cases}$, b) $F^*(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 4\\ 0{,}4 & \text{при } 4<x\le 7\\ 0{,}7 & \text{при } 7<x\le 8\\ 1 & \text{при } x>8\end{cases}$,

c) $F^*(x)=\begin{cases}0{,}5 & \text{при } x\le 4\\ 0{,}2 & \text{при } 4<x\le 7\\ 0{,}3 & \text{при } 7<x\le 8\\ 1 & \text{при } x>8\end{cases}$, d) $F^*(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 4\\ 0{,}4 & \text{при } 4<x\le 7\\ 0{,}7 & \text{при } 7<x\le 8\\ 0{,}8 & \text{при } x>8\end{cases}$.

14. Чему равна площадь гистограммы частот выборки объема n?

a) 1, b) n, c) $\frac{1}{2}$.

15. Среди указанных ниже, выбрать верное статическое распределение выборки.

5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4.

a) b)

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	2	1	1	3	3	2

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	3	1	2	3	4	2

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	4	1	2	3	3	1

c)

16. Найти верное выражение для эмпирической функция распределения.

a) $F^*(x) = \sum_{x<x_i} \frac{n_x}{n}$; b) $F^*(x) = \sum_{x_i<x} \frac{n_x}{n}$.

17. В выражении эмпирической функции распределения

$F^*(x) = \frac{n_x}{n}$ (n- объем выборки) что есть n_x?

a) варианты меньшие x_i; b) число вариант больших x;

c) число вариант меньших x; d) варианты большие x_i.

18. Выборка задана в виде распределения частот.

x_i	2	3	4	5	7	10
n_i	3	1	2	3	4	2

Найти распределение относительных частот.

a)

x_i	2	3	4	5	7	10
ω_i	0,2	0,07	0,13	0,2	0,27	0,13

b)

x_i	2	3	4	5	7	10
ω_i	0,13	0,2	0,13	0,33	0,47	0,67

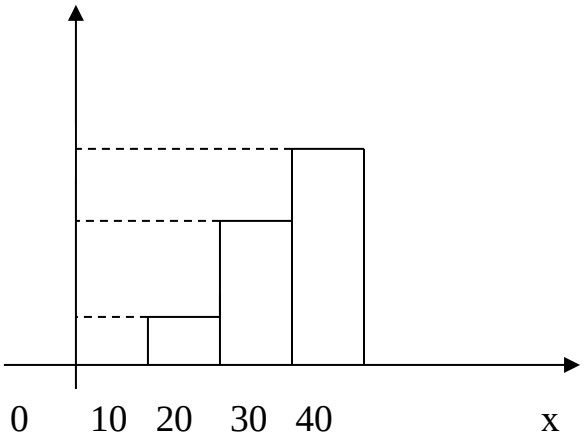
c)

x_i	2	3	4	5	7	10
ω_i	0,1	0,03	0,06	0,1	0,13	0,06

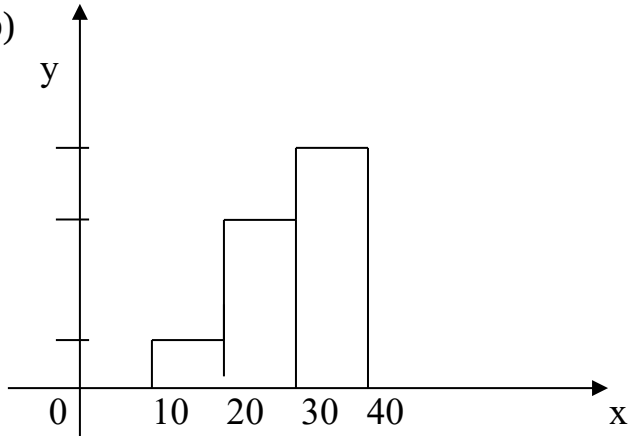
19. Выбрать гистограмму частот по данному распределению выборки:

Номер интервала	Частичный интервал	Сумма частот вариант интервала
i	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	10-20	1
2	20-30	2
3	30-40	7

a)



b)



20. По данному распределению выборки найти плотности относительных частот.

Номер интервала	Частичный интервал	Сумма частот вариант частичного интервала
i	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	0-2	20
2	2-4	30
3	4-6	50
		$n = \sum_i n_i = 100$

a) 0,2; 0,3; 0,5 b) 0,1; 0,15; 0,25 c) 0,05; 0,075; 0,125.

21. По выборке объема n=41 найдена смещенная оценка D_B=3 генеральной совокупности. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

a) 2,927; b) 3,075.

22. Выразить через α или β вероятность принять основную гипотезу H_0, если она верна.

a) α, b) β, c) 1–α, d) 1–β.

23. При проверке с помощью критерия Пирсона гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности число степеней свободы находят по формуле k=s–1–r, где s–число групп выборки, а r–число параметров оцениваемых по выборке. Чему равно r?

a) r=1, b) r=2, c) r=3.

24. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05, установить, случайно или значимо расхождение между эмпирическими частотами n_i и теоретическими частотами, n_i', исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности X

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

a) случайно; b) значимо.

25. Эмпирические и теоретические частоты приведены в таблице

n_i	6	8	13	15	20	16	10	7	5
n'_i	5	9	14	16	18	16	9	6	7

Используя критерий Пирсона найти $\chi^2_{набл.}$

a) 2,47; b) 1,52; c) 12,6; d) 6,0.

26. С помощью критерия Пирсона при уровне значимости α и числу степеней свободы к, были вычислены $\chi^2_{набл.}$ и $\chi^2_{кр.}$ (α, к). В каком случае гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности отвергается?

a) $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$; b) $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр}$

27. Если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то гипотезу H_0:

a) отвергают b) принимают c) перепроверяют.

28. Какие выборки принято считать выборками малого объема?

a) число наблюдений в которых меньше 30

b) число наблюдений в которых меньше 20

c) число наблюдений в которых меньше 40

29. Чему равна сумма эмпирических частот?

a) объему выборки b) 1 c) 100

30. Можно ли найти значение выборочной средней как среднее арифметическое по всем наблюдениям выборки?

*a) можно, если число наблюдений для всех вариантов одинаково

b) можно, если распределение задано в виде последовательности равноотстоящих вариантов

c) нельзя ни при каких условиях.

Критерии оценивания результатов тестирования

Характеристика ответа	Европейская оценка	Рубежные баллы	Оценка
96-100% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**A**	**100-96**	**5+**
91-95% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**B**	**95-91**	**5**
86-90% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**B**	**90-86**	**5-**
81-85% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**C**	**85-81**	**4+**
76-80% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**C**	**80-76**	**4**
71-75% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**C**	**75-71**	**4-**
66-70% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**D**	**70-66**	**3+**
61-65% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**E**	**65-61**	**3**
60 % правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**E**	**60**	**3-**
Менее 60% правильных ответов от общего количества ответов на вопросы теста	**F**	**Менее 60**	**2**

2.3 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля

2.3.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний и умений

Вопросы к зачету

(на знание основ теории вероятностей и математической статистики)

1. Определение пространства элементарных исходов.
2. Определение события.
3. Определение случайного, достоверного и невозможного события.
4. Определение объединения, пересечения, разности событий.

5. Понятие эквивалентных событий.
6. Понятие противоположного события.
7. Понятие несовместных событий.
8. Определение вероятностного пространства.
9. Определение вероятности. Аксиомы вероятности.
10. Свойства вероятности.
11. Определение классического вероятностного пространства.
12. Классическое определение вероятности.
13. Что такое выборка с возвращением?
14. Что такое выборка без возвращения (размещение)?
15. Определение перестановки из n элементов.
16. Определение сочетания из n элементов по k.
17. Определение условной вероятности события A при условии B, т.е. **P**(A|B).
18. Теорема умножения (формула умножения).
19. Определение независимости событий A и B.
20. Какие события называются гипотезами.
21. Каким условиям удовлетворяет последовательность гипотез $\{H_k\}$.
22. Что такое полная группа событий.
23. Формула полной вероятности.
24. Формула Байеса.
25. Что такое испытания?
26. Какие исходы возможны в каждом испытании.
27. Формулы Бернулли.
28. Известно, что $P(\nu_{n=k}) = C_n^k p^k q^{n-k}, k = \overline{0,n}$. Что такое p и q в этой формуле.
29. Вероятности распределения Пуассона.
30. Определение случайной величины.
31. Что такое закон распределения случайной величины.
32. Определение дискретной случайной величины.

33. Что такое ряд распределения дискретной случайной величины.
34. Определение функции распределения случайной величины.
35. Свойства функции распределения случайной величины.
36. Математическое ожидание дискретной случайной величины и ее свойства.
37. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
38. Среднее квадратическое отклонение случайной величины.
39. Математическое ожидание биномиального распределения.
40. Определение абсолютно непрерывного распределения случайной величины X.
41. Определение плотности распределения случайной величины X.
42. Свойства функции плотности.
43. Какой вид имеет функция плотности для равномерно распределенной на отрезке [a,b] случайной величины X.
44. Математическое ожидание непрерывной случайной величины X.
45. Дисперсия непрерывной случайной величины X.
46. Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины X.
47. Определение нормально распределенной случайной величины X.
48. Чему равна $P(\alpha<X<\beta)$, где X–непрерывная случайная величина распределенная по нормальному закону.
49. Функция Лапласа $\Phi(x)$.
50. Свойства функции Лапласа.
51. Чему равна $P(|X-m|<\delta)$, где $m=M(X)$.
52. Неравенство Чебышева.
53. Теорема Чебышева.
54. Теорема Бернулли.
55. Теорема Ляпунова.
56. Теорема Муавра- Лапласа.
57. Определение вариационного ряда.

58. Определение эмпирической функции выборки. Свойства эмпирической функции выборки.
59. Определение полигона частот.
60. Что называют гистограммой частот?
61. Чему равна площадь гистограммы?
62. Что называется статистической гипотезой?
63. Определение нулевой и конкурирующей гипотезы.
64. Что такое ошибки первого и второго рода.
65. Что такое критическая область и область допустимых значений?
66. В чем заключается основной принцип проверки статистических гипотез?
67. Какая гипотеза проверяется с помощью критерия Пирсона?

2.3.2 Фонд оценочных средств для проверки сформированности умений и навыков

Задачи к зачету

(на умение применять методы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для автоматизации задач принятия решения, и владение навыками обработки экспериментальных данных методами математической статистики)

Задача 1

Доказать тождества:

а) $(\overline{A} + BC)(\overline{B} + AC)(\overline{C} + AB) = ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$.

б) $(A - B)+(A - C) = A - BC$.

Задача 2

В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников соревнований имеется 5 команд экстракласса. Найти вероятности следующих событий: A={все команды экстракласса попадут в

одну и ту же группу}; В={две команды экстракласса войдут в одну из групп, а три – в другую}.

Задача 3

В каждой из трех групп по 25 студентов. Число студентов группы, сдавших экзамен по математике, равно 23, 20 и 18 соответственно. Случайно выбранный студент сдал экзамен по математике. Какова вероятность, что это студент первой группы?

Задача 4

Два стрелка стреляют по одной мишени, делая, независимо друг от друга, по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Построить ряд распределения случайной величины X – общего числа попаданий и найти ее характеристики M(X) и D(X).

Задача 5

Плотность вероятности случайной величины X задана следующим образом:

$$f(x)=\begin{cases} a\cos^2 x & \text{при} \quad |x|\le \pi/2 \\ 0 & \text{при} \quad |x|>\pi/2 \end{cases}.$$

Найти постоянную величину a и вероятность того, что в двух независимых испытаниях случайная величина примет значения больше $\frac{\pi}{4}$.

Задача 6

В результате тестирования группа абитуриентов набрала баллы:

5; 3; 1; 2; 0; 4; 5; 3; 3; 0; 4; 1; 2; 3; 4; 5; 5; 4; 2; 0.

Записать полученную выборку в виде статистического ряда. Построить эмпирическую функцию распределения. Найти характеристики выборки: выборочное среднее, выборочная и исправленная выборочная дисперсия, выборочное и исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение, размах вариации, мода и медиана.

Задача 7

Полагая, что рост мужчин определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величина X с параметрами a=173 и $\sigma^2 = 36$, найти доли костюмов 4-го роста (176-182 см) и 3-го роста (170-176 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы.

Задача 8

Дано: P(|X-M(X)|<ϵ) ≥0,9 и D(X)=0,009. Используя неравенство Чебышева, оценить ϵ снизу.

Задача 9

С целью размещения рекламы опрошено 420 телезрителей, из которых данную передачу смотрят 170 человек. С доверительной вероятностью γ=0,91 найти долю телезрителей, охваченных рекламой в лучшем случае.

Задача 10

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема n=200:

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,2	2,3
n_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

Задача 11

По выборке объема n = 9 найдено среднее значение $x_в$ = 1,5 . Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с σ = 2 , определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью γ = 0,95.

Задача 12

Дана выборка:

19 20.3 15.4 17.2 19.2 23.3 18.1 21.9 15.3 16.8 13.2 20.4 16.5 19.7 20.5 14.3 20.1 16.8 14.7 20.8 19.5 15.3 19.3 17.8 16.2 15.7 22.8 21.9 12.5 10.1 21.1 18.3 14.7 14.5 18.1 18.4 13.9 19.8 18.5 20.2 23.8 16.7 20.4 19.5 17.2 19.6 17.8 21.3 17.5 19.4 17.8 13.5 17.8 11.8 18.6 19.1

Построить статистическое распределение выборки. Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Критерии оценки уровня усвоения знаний, умений и навыков по результатам зачета

Характеристика ответа	Европейская оценка	Рубежные баллы	Оценка	Уровень сформированности компетенций
Демонстрирует глубокие знания теоретической части. Умеет применять полученные знания. Умеет обрабатывать статистическую информацию для оценки значений параметров и проверки значимости гипотез. Владеет понятиями и методами теории вероятностей, вероятностным подходам к постановке и решению задач, аппаратом математической статистики.	**A**	**100-96**	**зачтено**	**Повышенный уровень сформированности компетенций**
Демонстрирует глубокие знания теоретической и практической части предмета. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Свободно владеет необходимыми навыками построения логически корректных рассуждений и доказательств.	**A**	**95-91**	**зачтено**	
Демонстрирует глубокие знания теоретической и практической части предмета. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Свободно владеет необходимыми навыками построения логически корректных рассуждений и доказательств.	**A**	**90-86**	**зачтено**	
Демонстрирует знания теоретические и практические знания предмета. Могут быть допущены отдельные неточности или незначительные ошибки при ответе на вопросы. Умеет вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функцию распределения случайных величин.	**B**	**85-81**	**зачтено**	**Базовый уровень сформированности компетенций**
Демонстрирует достаточные теоретические и практические знания. Ответы на дополнительные вопросы логичны, изложены в	**C**	**80-76**	**зачтено**	

терминах науки, однако в них допущены неточности.				
Демонстрирует достаточные теоретические и практические знания. Умеет определять числовые характеристики случайных величин.	**C**	**75-71**	**зачтено**	
Демонстрирует определенные знания, но не усвоил детали, допускает неточности. Умеет вычислять вероятности случайных событий, составлять и исследовать функцию распределения случайных величин.	**D**	**70-66**	**зачтено**	**Пороговый уровень сформированности компетенций**
Даны неполные ответы на теоретические вопросы. Встречаются незначительные ошибки по тексту. Не умеет правильно описать событие и гипотезы при решении задач связанных с формулой полной вероятности	**E**	**65-61**	**зачтено**	
Даны неполные ответы на вопросы. Присутствует нелогичность изложения. Речь неграмотна. При ответе на дополнительные вопросы студент начинает понимать связь между знаниями только после подсказки преподавателя. Умеет решать задачи на формулы полной вероятности и формулу Байеса.	**E**	**60**	**зачтено**	
Не знает значительную часть теоретического и практического материала, допускает существенные ошибки в ответах на вопросы. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Не умеет применять полученные знания к решению задач, связанных с классическим определением вероятности	**F**	**Менее 60**	**Не зачтено**	**Компетенции не сформированы**